

SENSIBILITE, SPECIFICITE ET VALEURS PREDICTIVES

FORMULE 1

Le tableau 3.7 peut être également bâti en y plaçant non plus les vrais positifs, faux négatifs, *etc.*, mais la sensibilité et la spécificité (tableau Se.Sp.VP.1).

Tableau Se. Sp. VP. 1

Sensibilité et spécificité

Se : sensibilité ; Sp : spécificité

	Population infectée	Population indemne
Réponse +	Se	1 – Sp
Réponse –	1 – Se	Sp
Total	1	1

L'application d'un test de dépistage à une population comportant une proportion Pr (prévalence réelle) de sujets infectés permet de bâtir un autre tableau (tableau Se.Sp.VP. 2) en multipliant la colonne de la population infectée par la prévalence réelle (Pr) et celle de la population indemne par son complément à 1, c'est-à-dire 1 – Pr.

A partir de ce tableau, il est facile de déduire la formule de la VPP (en fonction de la sensibilité, la spécificité et la prévalence).

$$VPP = \frac{VP}{\text{Somme des positifs}} = \frac{Se \times Pr}{(Se \times Pr) + (1 - Sp) (1 - Pr)}$$

Tableau Se.Sp.VP. 2

Sensibilité, spécificité et prévalence

Se : sensibilité ; Sp : spécificité

Pr : proportion de prévalence réelle

Pa : proportion de prévalence apparente

	Population infectée	Population indemne	Total
Réponse +	Se × Pr	(1 – Sp) × (1 – Pr)	Se × Pr + (1 – Sp) (1 – Pr) = Pa
Réponse -	(1 – Se) × Pr	Sp × (1 – Pr)	(1 – Se) Pr + Sp x (1 – Pr) = 1 – Pa
Total	Pr	1 – Pr	1

FORMULE 2

A partir du même tableau Se.Sp.VP. 2, on peut établir la formule de la VPN (en fonction de la sensibilité, la spécificité et la prévalence).

$$VPN = \frac{VN}{\text{Somme des négatifs}} = \frac{Sp (1 - Pr)}{Sp (1 - Pr) + (1 - Se) Pr}$$

FORMULE 3

A partir du tableau Se.Sp.VP.2, on peut écrire :

$$Pa = Se \times Pr + (1 - Sp) \times (1 - Pr)$$

Le développement de cette équation conduit à la formule exprimant la prévalence réelle en fonction de la prévalence apparente, de la sensibilité et de la spécificité :

$$\begin{aligned} Pa &= [Se \times Pr] + 1 - Sp - Pr + (Sp \times Pr) \\ Pa &= Pr (Se + Sp - 1) + 1 - Sp \\ Pa - 1 + Sp &= Pr (Se + Sp - 1) \end{aligned}$$

$$Pr = \frac{Pa + (Sp - 1)}{Se + Sp - 1}$$

FORMULE 4

La formule permettant de calculer la « *sensibilité troupeau* » à partir de la sensibilité individuelle et qui sert à bâtir le tableau 3.11 est :

$$Se_{Tp} = 1 - [1 - (f \times Se)]^A$$

Se_{Tp} : sensibilité à l'échelon du troupeau
 f : fraction d'échantillonnage (taille de l'échantillon/taille de la population)
 Se : sensibilité individuelle
 A : nombre d'animaux atteints

Cette formule suppose l'absence de faux positifs dans les élevages infectés.

FORMULE 5

La formule permettant de calculer la « *spécificité troupeau* » en fonction de la spécificité individuelle, et qui sert à bâtir le tableau 3.12 est :

$$Sp_{Tp} = (Sp)^n$$

Sp_{Tp} : spécificité à l'échelon du troupeau

Sp : spécificité individuelle

n : nombre d'animaux du troupeau soumis au test

Encadré récapitulant les risques d'erreurs lors de dépistage sur un animal

Exemples

- Animal infecté**

Risque de ne pas identifier l'infection (faux négatif) : **1 - Se** $Se = 0,95$ Risque $\beta = 1 - 0,95 = 0,05$

Se : sensibilité individuelle

- Animal indemne**

Risque d'obtenir une réponse positive et donc de considérer l'animal comme infecté

(faux positif) : **1 - Sp** $Sp = 0,99$ Risque $\alpha = 1 - 0,99 = 0,01$

Sp : spécificité individuelle

- Animal de statut inconnu**

Risque de réponse faussement négative : **1 - VPN** $Se = 0,95$ $Sp = 0,99$ $Pr = 0,2$

$$\text{Soit : } 1 - \frac{Sp (1 - Pr)}{Sp (1 - Pr) + (1 - Se) Pr} = 1 - \frac{0,99 (1 - 0,2)}{0,99 (1 - 0,2) + (1 - 0,95) 0,2} = 0,01$$

Pr : prévalence réelle des animaux infectés

Risque de réponse faussement positive : **1 - VPP** $1 - \frac{0,95 \times 0,2}{(0,95 \times 0,2) + (1 - 0,99) (1 - 0,2)} = 0,04$

$$\text{Soit } 1 - \frac{Se \times Pr}{(Se \times Pr) + (1 - Sp) (1 - Pr)}$$

Encadré récapitulant les risques d'erreur lors de dépistage sur un troupeau

	Exemples
Troupeau infecté Risque de ne pas identifier l'infection (faux négatif) : $[1 - Se]^A$ Se : sensibilité individuelle A : nombre d'animaux infectés Risque $\beta = [1 - 0,95]^5 = 3,1 \times 10^{-7}$	
Troupeau indemne Risque d'obtenir au moins une réponse positive et donc de considérer le troupeau comme infecté (faux positif) : $1 - (Sp)^n$ Sp : spécificité individuelle n : nombre d'animaux du troupeau soumis au test Risque $\alpha = 1 - (0,99)^{60} = 0,45$	
Troupeau de statut inconnu - Risque de n'obtenir que des réponses faussement négatives et donc de considérer le troupeau comme indemne : $1 - VPN_{Tp}$ VPN_{Tp} : valeur prédictive négative du test au plan du troupeau Soit : $1 - \frac{Sp_{Tp} (1 - Pr_{Tp})}{Sp_{Tp} (1 - Pr_{Tp}) + (1 - Se_{Tp}) Pr_{Tp}}$ Se_{Tp} : sensibilité au plan du troupeau Sp_{Tp} : spécificité au plan du troupeau Pr_{Tp} : prévalence des troupeaux infectés ou, par rapport aux sensibilité et spécificité individuelles : $1 - \frac{(Sp)^n (1 - Pr_{Tp})}{[(Sp)^n (1 - Pr_{Tp})] + [1 - (1 - [1 - Se]^A)] [Pr_{Tp}]}$ - Risque d'obtenir au moins une réponse faussement positive : $1 - VPP_{Tp}$ VPP_{Tp} : valeur prédictive positive du test au plan du troupeau Soit : $1 - \frac{Se_{Tp} \times Pr_{Tp}}{(Se_{Tp} \times Pr_{Tp}) + (1 - Sp_{Tp}) (1 - Pr_{Tp})}$ Soit, par rapport aux sensibilité et spécificité individuelles $1 - \frac{[1 - (1 - Se)^A] \times Pr_{Tp}}{([1 - (1 - Se)^A] \times Pr_{Tp}) + [1 - (Sp)^n] [1 - Pr_{Tp}]}$	Se = 0,95 Sp = 0,99 n = 60 Pr_{Tp} = 0,05 Dans le cas d'un troupeau « moyen » de 60 animaux (n) dont 3 seraient infectés (A) $1 - \frac{(0,99)^{60} (1 - 0,05)}{[(0,99)^{60} (1 - 0,05)] + [1 - (1 - [1 - 0,95]^3)] [0,05]}$ Risque $\beta = 0,01$ Bien sûr, pour un même test, les risques α et β sont variables en fonction de la taille des troupeaux, du nombre d'animaux infectés par troupeau et de la proportion de troupeaux infectés. Troupeau de mêmes caractéristiques $1 - \frac{[1 - (1 - 0,95)^3] \times 0,05}{([1 - (1 - 0,95)^3] \times 0,05) + [1 - (0,99)^{60}] [1 - 0,05]}$ Risque $\alpha = 0,9$

