

APPRECIATION QUANTITATIVE DU RISQUE : Exemples d'approche déterministe

B. Toma¹, R. Pouillot² et M. Sanaa¹

RESUME : L'approche déterministe de l'appréciation quantitative du risque est présentée à l'aide de deux problèmes, l'un sur la tuberculose bovine, l'autre sur la brucellose bovine.

Le premier problème permet d'aboutir à une probabilité moyenne.

Le second, grâce à la disposition de fourchettes d'estimation de plusieurs paramètres, conduit, en plus de la probabilité moyenne, à une probabilité maximale et une probabilité minimale.

Le traitement de ce même problème par la méthode probabiliste (cf. p. 111-120) permet de comparer les résultats obtenus sur les mêmes données de base à l'aide des deux méthodes.

SUMMARY : The deterministic approach of the quantitative evaluation of the risk is illustrated with two diseases; bovine tuberculosis and bovine brucellosis.

The study of the first disease reaches a medium-range probability.

Known dispersion values for several parameters related to the second disease show not only the usual medium-range probability but a highest and lowest possible probability as well.

The analysis of the same disease by the probability method (see p. 111-120) allows to compare the results obtained with the same database by two different methods.



Les principes et les étapes d'une appréciation quantitative du risque ont été présentés dans les pages précédentes ; ses avantages, limites et inconvénients, comparés à ceux d'une appréciation qualitative du risque, également.

Il a été insisté sur la nécessité :

- d'établir la séquence des événements correspondant à l'action envisagée ;
- de valider les données ou les estimations correspondant à chaque étape de la séquence ;
- d'estimer l'incertitude ou la marge de variation pour chaque élément résultant d'une mesure ou d'une estimation ;
- d'élaborer et de discuter toutes les hypothèses sous-jacentes à l'estimation ou au calcul des paramètres ;
- enfin, d'interpréter le résultat de toute appréciation quantitative du risque avec prudence, en le considérant comme un ordre de grandeur et non pas en attribuant au(x) nombre(s) trouvé(s) une signification mathématique excessive.

¹ Ecole nationale vétérinaire, 94704 Maisons-Alfort, France

² AFSSA-DG, 27-31 avenue du Général Leclerc, BP 19, 94701 Maisons-Alfort, France

Les deux questions fondamentales, communes à toute appréciation du risque, demeurent :

- De quelles informations ai-je besoin ?
- Comment les traiter ?

La liste des informations nécessaires dépend de chaque situation. La façon de les traiter répond à des règles générales applicables à n'importe quelle situation.

La meilleure façon d'illustrer la démarche déterministe est probablement de prendre un (ou plusieurs) exemple(s), sous forme de problème(s), et de le(s) traiter³.

Par opposition à la démarche probabiliste (cf. article suivant) qui prend en compte la

distribution de probabilité de chaque donnée ou estimation, la démarche déterministe utilise les valeurs moyennes ainsi que les valeurs minimale et maximale. Elle aboutit donc à une estimation de risque moyen ou à une fourchette allant du risque estimé minimal au risque estimé maximal.

Nous illustrerons cette démarche avec deux problèmes, l'un relatif à la tuberculose, l'autre à la brucellose. Le premier est plus simple que le second. Ce dernier sera repris lors de la présentation de la démarche probabiliste, ce qui permettra au lecteur de comparer, pour un même problème, les résultats obtenus par les deux démarches.

I - PROBLEME PORTANT SUR LA TUBERCULOSE BOVINE

1. INFORMATIONS DISPONIBLES ET QUESTIONS POSEES

La zone A, dont les caractéristiques de l'élevage bovin et de l'incidence de la tuberculose bovine sont indiquées dans le tableau I, désire introduire des bovins en provenance de la zone B dont les caractéristiques correspondantes figurent également dans ce tableau.

Dans ces deux zones, les troupeaux dont l'infection tuberculeuse est détectée font l'objet d'une mise en quarantaine des animaux et sont soumis à un assainissement par dépistages répétés et abattage des animaux à réponse tuberculinique positive. Le dépistage tuberculinique est annuel.

Par ailleurs, les éléments suivants ont été estimés :

- Taux moyen d'infection des animaux au sein des troupeaux infectés : 30 p. cent

- Taux moyen de respect du contrôle tuberculinique à l'introduction des bovins dans les élevages de la zone A : 80 p. cent
- Sensibilité du test tuberculinique sur un bovin : 0,9.

La zone A envisage d'introduire 250 bovins en provenance d'élevages de la zone B.

1. Quelle est la probabilité pour qu'un bovin en provenance de la zone B soit infecté lors de son introduction dans la zone A ?
2. Quelle est la probabilité d'introduire au moins un bovin infecté parmi les 250 bovins en provenance de la zone B ?
3. Quelle est la probabilité pour que l'infection tuberculeuse soit introduite dans au moins un élevage de la zone A après l'introduction de 250 bovins provenant de la zone B ?

³ Ces problèmes sont issus du livre « Epidémiologie appliquée » de B. Toma *et al.*, édité par l'AEEMA et disponible au siège de l'Association au tarif 2002 de 18,3 euros.

TABLEAU I

Caractéristiques de l'élevage bovin et de l'incidence de la tuberculose bovine dans la zone A (d'introduction) et dans la zone B (d'origine)

	ZONE A (d'introduction)	ZONE B (d'origine)
Nombre de troupeaux de bovins	5 422	8 731
Nombre de bovins	388 527	475 528
Nombre annuel de foyers de tuberculose bovine	2	3

2. ELEMENTS DE REPONSE

Dans la zone B, les foyers identifiés grâce au dépistage tuberculinique annuel (ou par d'autres moyens) sont soumis à une quarantaine et par conséquent leurs animaux ne peuvent pas être vendus.

Cependant, avant leur identification, des foyers peuvent exister. On émet l'hypothèse suivante : la distribution de la date d'infection d'un élevage et de l'existence d'un dépistage annuel est aléatoire. On peut alors considérer qu'en moyenne chaque nouveau foyer peut demeurer non reconnu comme tel pendant 6 mois en moyenne.

La prévalence moyenne instantanée (*pmi*) de la tuberculose bovine non identifiée peut être estimée comme suit :

On émet l'hypothèse suivante : le nombre annuel de foyers nouveaux est stable d'une année à l'autre. Le nombre de foyers nouveaux l'année de l'importation peut donc être estimé à : *foyer* = 3

Nombre moyen de bovins par troupeau :

$$eff = \frac{475\,528}{8\,731} = 54,5$$

Taux moyen d'animaux infectés par troupeau infecté : $p_{intra} = 0,3$

Durée moyenne de non reconnaissance du foyer : $d = 0,5$ an

A l'aide de ces estimations, on calcule :

La prévalence moyenne à l'échelle des cheptels de la tuberculose bovine non identifiée : $foyer \times d = 3 \times 0,5 = 1,5$ (on émet l'hypothèse raisonnable d'une indépendance entre le nombre de foyers et le délai de non reconnaissance des foyers. Alors, la moyenne de $(foyer \times d) = moyenne(foyer) \times moyenne(d)$).

La prévalence intra-cheptel moyenne de la tuberculose bovine :

$p_{intra} \times eff = 0,3 \times 54,5 = 16,35$ (on émet l'hypothèse raisonnable d'une indépendance entre la taille des cheptels et la prévalence intra-cheptel. Alors, la moyenne de $(p_{intra} \times eff) = moyenne(p_{intra}) \times moyenne(ef)$)

d'où l'on estime la prévalence moyenne instantanée :

$pmi = 3 \times 54,5 \times 0,3 \times 0,5 = 1,5 \times 16,35 = 24,5$ bovins (on émet l'hypothèse raisonnable d'une indépendance entre la prévalence cheptel et la prévalence intra-cheptel)

Le taux de prévalence instantané est le rapport de la prévalence moyenne instantanée sur le nombre de bovins présents dans la zone. On a donc :

Taux de prévalence moyenne instantanée dans la zone B :

$$\frac{24,5}{475\,528} = 0,00005 \text{ soit } 5 \times 10^{-5}$$

(on considère ici le nombre de bovins présents comme fixe. On a donc moyenne de (prévalence / nombre de bovins) = moyenne(prévalence)/nombre de bovins)

(NB : La correction enlevant du dénominateur les 3 troupeaux infectés et bloqués ne change pas le taux de *pmi*).

1. La probabilité moyenne pour qu'un bovin introduit de B en A soit infecté de tuberculose est égale au taux de prévalence moyenne instantanée dans la zone B. Elle est donc estimée à 5×10^{-5}
2. La probabilité pour qu'au moins un bovin parmi 250 introduits de B en A soit infecté de tuberculose est :

$r = 1 - (1 - pmi)^n$ (On considère que la probabilité pour un animal d'être infecté est égale pour tous les animaux. Cette hypothèse est raisonnable s'il n'existe pas de trop grande disparité entre les risques individuels)

$\simeq pmi \times n$ (car pmi est très petit)

$\simeq 0,00005 \times 250 = 0,0125$

soit **1,25 p. cent**

3. La probabilité d'introduction dans un élevage de la zone A peut s'estimer à l'aide d'un arbre de probabilité (figure 1).

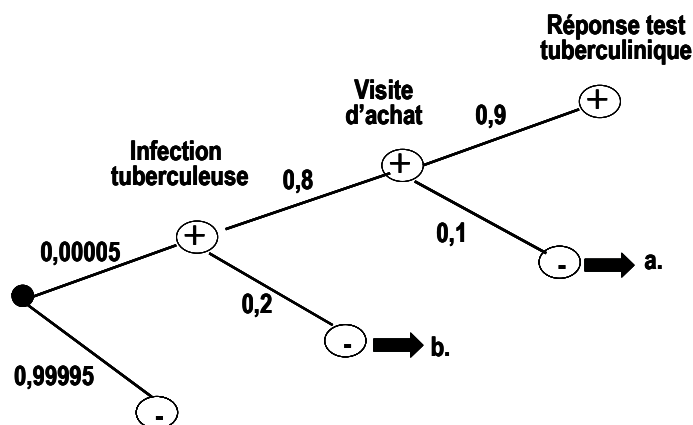
Chaque bovin introduit dans un élevage a une probabilité d'être infecté de tuberculose de 0,00005.

Chaque bovin introduit dans un élevage de la zone A peut être soumis au contrôle tuberculinique réglementaire avec une probabilité de 0,8.

La sensibilité du test tuberculinique sur un bovin est 0,9. Chaque test tuberculinique appliqué à un bovin infecté a donc une probabilité de réponse positive de $\Pr(\text{bovin positif}|\text{infecté}) = 0,9$. La probabilité de réponse négative d'un test appliqué à un bovin infecté est donc $\Pr(\text{bovin négatif}|\text{infecté}) = (1 - 0,9) = 0,1$

FIGURE 1

Arbre de probabilité pour estimer la probabilité d'introduction d'un animal infecté



Dans l'arbre de probabilité (figure 1), les événements défavorables correspondant à l'introduction d'un bovin infecté de tuberculose dans un élevage de la zone A à partir de la zone B sont signalés par des flèches.

Événement a : Bovin infecté soumis à visite d'achat et à réponse négative au test tuberculinique. La probabilité de cet événement peut être estimée par :

$\Pr(\text{Événement a}) = \Pr(\text{bovin infecté et bovin contrôlé et bovin négatif}|\text{infecté}) = \Pr(\text{bovin infecté}) \times \Pr(\text{bovin contrôlé}) \times \Pr(\text{bovin négatif}|\text{infecté}) = 0,00005 \times 0,8 \times 0,1 = 0,000004$

(Nota : cette estimation n'est correcte que si l'on émet l'hypothèse suivante : la soumission du bovin au contrôle d'achat est indépendante de son statut infectieux. Cette hypothèse est réaliste).

Événement b : Bovin soustrait à la visite d'achat et infecté.

$\Pr(\text{Événement b}) = \Pr(\text{bovin infecté et non contrôlé}) = \Pr(\text{bovin infecté}) \times \Pr(\text{bovin non contrôlé}) = 0,00005 \times 0,2 = 0,00001$

Les événements a et b ne peuvent pas se réaliser concurremment (un bovin ne peut pas être contrôlé et non-contrôlé) : ces événements sont incompatibles. On a donc :

$\Pr(\text{introduction}) = \Pr(a \text{ ou } b) = \Pr(a) + \Pr(b) = 0,000014$

La probabilité d'un événement favorable, correspondant à l'absence d'introduction d'un bovin infecté de brucellose dans un élevage de la zone A à partir de la zone B est donc estimé par :

$\Pr(\text{non introduction}) = 1 - 0,000014$

La probabilité pour qu'au moins un troupeau de la zone A soit amené à introduire un bovin infecté de tuberculose, lors d'introduction de 250 bovins en provenance de la zone B, est donc :

$$= 1 - (1 - 0,000014)^{250}$$

$$= 0,0035$$

soit **0,35 p. cent**

II - PROBLEME PORTANT SUR LA BRUCELLOSE BOVINE

1. INFORMATIONS DISPONIBLES ET QUESTIONS POSEES

La zone A, dont les caractéristiques de l'élevage bovin et de l'incidence de la brucellose bovine sont indiquées dans le tableau II, désire introduire des bovins en provenance de la zone B dont les

caractéristiques correspondantes figurent dans ce même tableau.

Dans ces deux zones, les troupeaux dont l'infection brucellique est détectée sont soumis à un blocage des animaux et à un assainissement. Le dépistage de la brucellose se fait par test de l'anneau trimestriel (troupeaux laitiers) ou par sérologie individuelle (troupeaux allaitants).

TABLEAU II

Caractéristiques de l'élevage bovin et de l'incidence de la brucellose bovine dans la zone A (d'introduction) et dans la zone B (d'origine)

	NOMBRE DE TROUPEAUX BOVINS	NOMBRE DE BOVINS	NOMBRE ANNUEL DE FOYERS DE BRUCELLOSE BOVINE
Zone A (introduction)	35 410	1 192 183	5
Zone B (origine)	22 351	959 637	3

Les éléments suivants ont été recueillis ou estimés :

- Infection par *B. abortus* : pérenne
- Respect du contrôle sérologique brucellique à l'achat en zone A : 90 p. cent
- Sensibilité individuelle de la sérologie brucellique : 0,85 à 0,90
- Taux d'infection des animaux au sein des troupeaux infectés : 5 à 50 p. cent

La zone A accepterait une probabilité maximale d'introduction de la brucellose de 1 p. mille.

La zone A souhaite introduire de 500 à 800 bovins (tous âges confondus) en provenance de la zone B.

1. Quelle est la probabilité pour qu'un bovin en provenance de la zone B soit infecté lors de son introduction dans la zone A ?
2. Quelle est la probabilité pour qu'au moins l'un des bovins dont l'introduction dans la zone A est envisagée soit infecté ? Cette

probabilité est-elle acceptable par la zone A ? Quel nombre maximal de bovins la zone A pourrait-elle accepter d'introduire ?

3. Quelle est la probabilité pour qu'au moins un animal infecté de brucellose soit introduit dans un élevage de la zone A après l'introduction des bovins en provenance de la zone B ? Cette probabilité est-elle acceptable par la zone A ?

2. ELEMENTS DE REPONSE

La probabilité d'introduction de la brucellose bovine dans la zone A en provenance de la zone B est liée aux éventuels foyers de brucellose bovine présents en B et non encore identifiés.

Comme dans l'exemple précédent, on peut estimer à 6 mois la durée moyenne d'un tel état pour chaque foyer.

2.1. PROBABILITE POUR QU'UN BOVIN EN PROVENANCE DE LA ZONE B SOIT INFECTE LORS DE SON INTRODUCTION DANS LA ZONE A (soit la prévalence instantanée)

Nombre de foyers nouveaux en B : $\text{foyer} = 3$
(On émet l'hypothèse que le nombre annuel de foyers nouveaux est stable d'une année à l'autre. L'infection brucellique étant de type enzootique, cette hypothèse est réaliste)

Nombre moyen de bovins par troupeau en B :
 $\text{effectif} = \frac{959\ 637}{22\ 351} = 43$

Taux d'infection des animaux au sein des troupeaux infectés : Nous ne disposons pas d'une estimation ponctuelle du taux de prévalence intra-cheptel, mais d'une fourchette de valeur : 5 à 50 p. cent. Ces estimations reflètent la variabilité du taux de prévalence intra-cheptel : elles correspondent aux taux minimal et maximal observés. Ne disposant pas de données supplémentaires, on peut émettre l'hypothèse pragmatique d'une distribution uniforme de la sensibilité sur cet intervalle : la sensibilité moyenne est alors estimée par la valeur centrale, soit $(0,05+0,5)/2 = 0,275$. On a donc $p_{\text{intra,min}} = 0,05$, $p_{\text{intra,max}} = 0,5$, $p_{\text{intra,moy}} = 0,275$.

Il sera nécessaire de faire trois estimations de la probabilité d'introduction : une minimale, une maximale et une moyenne.

Durée moyenne de non reconnaissance de chaque foyer : $d = 0,5$ an

La prévalence instantanée est calculée comme dans l'exemple précédent :

$pi = \text{foyer} \times \text{effectif} \times p_{\text{intra}} \times d$, en utilisant pour valeur de p_{intra} les valeurs minimale, maximale ou moyenne estimées. On a donc :

Estimation minimale :

$$3 \times 43 \times 0,05 \times 0,5 = 3,2 \text{ bovins}$$

Estimation moyenne :

$$3 \times 43 \times 0,275 \times 0,5 = 18 \text{ bovins}$$

Estimation maximale :

$$3 \times 43 \times 0,5 \times 0,5 = 32 \text{ bovins}$$

On en déduit le taux de prévalence instantanée (en considérant l'effectif total de bovins comme stable) :

Taux minimal de prévalence instantanée (estimation minimale) :

$$tpi_{\text{min}} = \frac{3,2}{959\ 637} = 0,0000033 \text{ soit } 3,3 \times 10^{-6}$$

Taux moyen de prévalence instantanée (estimation moyenne) :

$$tpi_{\text{moy}} = \frac{18}{959\ 637} = 0,000018 \text{ soit } 1,8 \times 10^{-5}$$

Taux maximal de prévalence instantanée (estimation maximale) :

$$tpi_{\text{max}} = \frac{32}{959\ 637} = 0,000033 \text{ soit } 3,3 \times 10^{-5}$$

La probabilité moyenne pour qu'un bovin en provenance de la zone B soit infecté de brucellose lors de son introduction dans la zone A est égale au taux moyen de prévalence instantanée. Son estimation est de $1,8 \times 10^{-5}$. L'estimation minimale de cette probabilité est de $3,3 \times 10^{-6}$, l'estimation maximale de $3,3 \times 10^{-5}$.

2.2. PROBABILITE POUR QU'AU MOINS UN DES BOVINS (500 A 800) DONT L'INTRODUCTION DANS LA ZONE A EST ENVISAGEE SOIT INFECTE

$r = 1 - (1 - tpi)^n$ (dans l'hypothèse d'une probabilité d'infection pas trop variable dans la population)

$$\simeq tpi \times n \text{ (car } tpi \text{ est petit)}$$

Les probabilités qu'au moins un bovin sur 500 bovins introduits soit infecté peuvent être estimées selon :

Estimation minimale :

$$3,3 \times 10^{-6} \times 500 = 0,00166 = 1,6 \times 10^{-3}$$

Estimation moyenne :

$$1,8 \times 10^{-5} \times 500 = 0,009 = 9,4 \times 10^{-3}$$

Estimation maximale :

$$3,3 \times 10^{-5} \times 500 = 0,0166 = 1,6 \times 10^{-2}$$

Les probabilités qu'au moins un bovin sur 800 bovins introduits soit infecté peuvent être estimées selon :

Estimation minimale :

$$3,3 \times 10^{-6} \times 800 = 0,00266 = 2,6 \times 10^{-3}$$

Estimation moyenne :

$$1,8 \times 10^{-5} \times 800 = 0,0144 = 1,5 \times 10^{-2}$$

Estimation maximale :

$$3,3 \times 10^{-5} \times 800 = 0,0266 = 2,6 \times 10^{-2}$$

Pour 500 bovins importés, la probabilité moyenne d'introduction d'au moins un bovin infecté est estimée à $9,4 \times 10^{-3}$, mais peut varier de $1,6 \times 10^{-3}$ à $1,6 \times 10^{-2}$. Pour 800 bovins importés, la probabilité moyenne d'introduction d'au moins un bovin infecté est estimée à $1,5 \times 10^{-2}$, mais peut varier de $2,6 \times 10^{-3}$ à $2,6 \times 10^{-2}$.

Ces probabilités ne sont **pas acceptables** pour la zone A, car supérieures à 1×10^{-3} .

On a $r = tpi \times n$, d'où l'on déduit $n = r / tpi$.

En considérant la probabilité maximale d'infection des animaux par troupeau infecté (50 p. cent), le nombre maximal de bovins que pourrait introduire la zone A en acceptant une probabilité de 1 p. mille est donc de :

$$\frac{1 \times 10^{-3}}{3,3 \times 10^{-5}} = \mathbf{30 \text{ bovins}}$$

2.3. PROBABILITE POUR QU'AU MOINS UN ANIMAL INFECTE DE BRUCELLOSE SOIT INTRODUIT DANS UN ELEVAGE DE LA ZONE A APRES L'INTRODUCTION DES BOVINS (500 A 800) EN PROVENANCE DE LA ZONE B

Cette probabilité peut s'estimer à l'aide d'arbres de probabilité.

Chaque bovin introduit dans un élevage a une probabilité moyenne d'être infecté de brucellose de $1,8 \times 10^{-5}$, une probabilité minimale de $3,3 \times 10^{-5}$, une probabilité maximale de $3,3 \times 10^{-6}$.

Chaque bovin introduit dans un élevage de la zone A est soumis à un contrôle sérologique de la brucellose avec une probabilité de : 0,9.

Nous ne disposons pas d'une estimation ponctuelle de la sensibilité du contrôle d'achat, mais d'une fourchette de valeur : 0,85 à 0,90 p. cent. Ces estimations peuvent refléter l'incertitude sur l'estimation de cette sensibilité : elles correspondent à la sensibilité minimale et maximale estimée. Ne disposant pas de données supplémentaires, on peut émettre l'hypothèse pragmatique d'une distribution uniforme de la sensibilité sur cet intervalle : la sensibilité moyenne est alors estimée par la valeur centrale, soit $(0,85+0,90)/2 = 0,875$. On a donc :

$$Se_{\min} = 0,85, Se_{\max} = 0,90, Se_{\text{moy}} = 0,875.$$

Il est possible de réaliser trois calculs : un pour estimer la probabilité **moyenne** d'introduction d'un animal infecté en prenant pour valeur des paramètres les estimations moyennes, un pour estimer la probabilité **maximale** d'introduction en prenant pour paramètres les extrêmes ayant tendance à augmenter la probabilité, un pour estimer la probabilité **minimale** d'introduction en prenant pour paramètres les extrêmes ayant tendance à diminuer la probabilité. Dans notre exemple simple, plus le taux de prévalence instantané estimé est élevé, plus la probabilité d'introduction est élevée. En revanche, plus la sensibilité du test d'achat est élevée, plus la probabilité d'introduction sera faible. On utilisera donc les données du tableau III.

TABLEAU III

Données utilisées pour construire les arbres de probabilité

Estimation de la probabilité d'introduction	Estimation du taux de prévalence instantanée	Estimation de la sensibilité
moyenne	moyenne : $1,8 \times 10^{-5}$	moyenne : 0,875
minimale	minimale : $3,3 \times 10^{-5}$	maximale : 0,90
maximale	maximale : $3,3 \times 10^{-6}$	minimale : 0,85

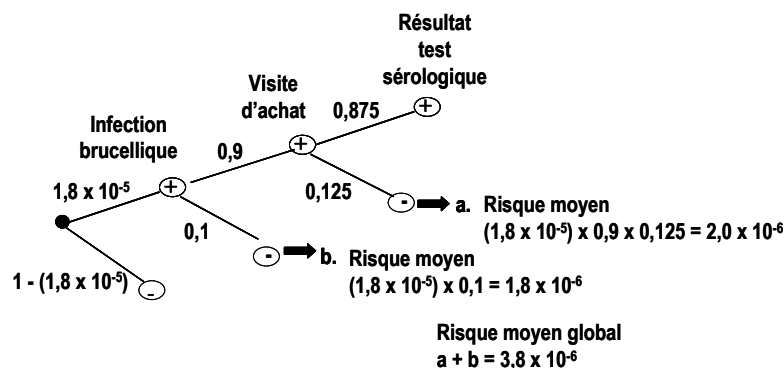
On peut construire un premier arbre de probabilité pour la probabilité **moyenne**, en prenant comme probabilité d'introduction $1,8 \times 10^{-5}$ et comme probabilité de réponse faussement négative : 0,125 (soit : $1 - 0,875$) (car $Se = \Pr(\text{positif}|\text{infecté}) = 1 - \Pr(\text{négatif}|\text{infecté})$).

□ Probabilité moyenne correspondant à un bovin

Dans l'arbre de probabilité (figure 2), les événements défavorables correspondant à l'introduction d'un bovin infecté de brucellose dans un élevage de la zone A à partir de la zone B sont signalés par des flèches :

FIGURE 2

Arbre de probabilité correspondant à la probabilité moyenne



a : Bovin infecté soumis à visite d'achat et à réponse négative au test sérologique brucellique :

Probabilité moyenne : $\Pr(\text{infecté et contrôlé et négatif}|\text{infecté}) = \Pr(\text{infecté}) \times \Pr(\text{contrôlé}) \times \Pr(\text{négatif}|\text{infecté}) = (1,8 \times 10^{-5}) \times 0,9 \times 0,125 = 0,0000044 = 2,0 \times 10^{-6}$

(dans l'hypothèse raisonnable d'une indépendance entre la réalisation du contrôle et le statut infectieux)

b : Bovin infecté et soustrait à la visite d'achat :

Probabilité moyenne : $\Pr(\text{infecté et non contrôlé}) = \Pr(\text{infecté}) \times \Pr(\text{non contrôlé}) = (1,8 \times 10^{-5}) \times 0,1 = 1,8 \times 10^{-6}$

La probabilité maximale globale ($\Pr(a \text{ ou } b)$) est égale à $\Pr(a) + \Pr(b)$ (les événements sont incompatibles). La probabilité d'introduction d'un bovin infecté est de :

$$(2,0 \times 10^{-6}) + (1,8 \times 10^{-6}) = 3,8 \times 10^{-6}$$

On peut construire un second arbre de probabilité pour la probabilité **maximale**, en prenant comme probabilité d'introduction $3,3 \times 10^{-5}$ et comme probabilité de réponse faussement négative : 0,15 (soit : $1 - 0,85$).

□ Probabilité maximale correspondant à un bovin

Dans l'arbre de probabilité (figure 3), les événements défavorables correspondant à l'introduction d'un bovin infecté de brucellose dans un élevage de la zone A à partir de la zone B sont signalés par des flèches :

a : Bovin infecté soumis à visite d'achat et à réponse négative au test sérologique brucellique :

Probabilité maximale : $\Pr(\text{infecté et contrôlé et négatif}|\text{infecté}) = \Pr(\text{infecté}) \times \Pr(\text{contrôlé}) \times \Pr(\text{négatif}|\text{infecté}) = (3,3 \times 10^{-5}) \times 0,9 \times 0,15 = 0,0000044 = 4,4 \times 10^{-6}$

(dans l'hypothèse raisonnable d'une indépendance entre la réalisation du contrôle et le statut infectieux)

b : Bovin infecté et soustrait à la visite d'achat :

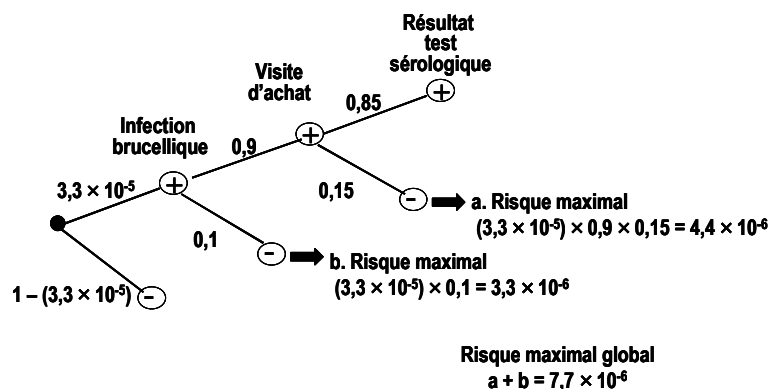
Probabilité maximale : $\Pr(\text{infecté et non contrôlé}) = \Pr(\text{infecté}) \times \Pr(\text{non contrôlé}) = (3,3 \times 10^{-5}) \times 0,1 = 3,3 \times 10^{-6}$

La probabilité maximale globale ($\Pr(a \text{ ou } b)$) est égale à $\Pr(a) + \Pr(b)$ (les événements sont incompatibles). La probabilité d'introduction d'un bovin infecté est de :

$$(4,4 \times 10^{-6}) + (3,3 \times 10^{-6}) = 7,7 \times 10^{-6}$$

FIGURE 3

Arbre de probabilité correspondant à la probabilité maximale



On peut construire un autre arbre de probabilité pour la probabilité **minimale** (figure 4), en prenant comme probabilité d'introduction $3,3 \times 10^{-6}$ et comme probabilité de réponse faussement négative : 0,10 (soit : $1 - 0,90$).

□ Probabilité minimale correspondant à un bovin

- a. Bovin infecté soumis à visite d'achat, et à réponse négative au test sérologique brucellique :

Probabilité minimale : $(3,3 \times 10^{-6}) \times 0,9 \times 0,1 = 0,00000029 = 2,9 \times 10^{-7}$

- b. Bovin infecté et soustrait à la visite d'achat :

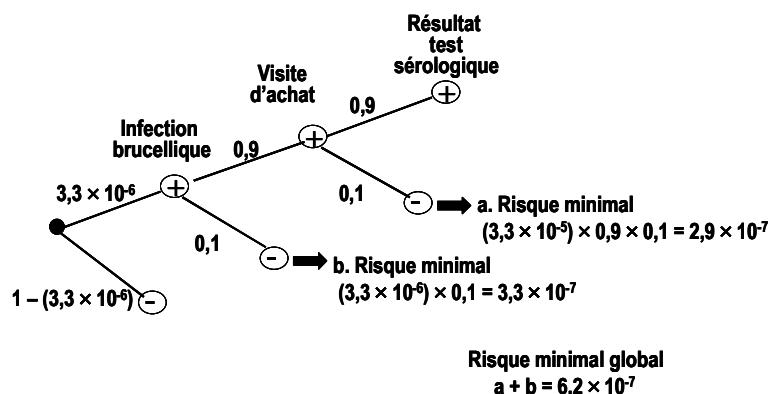
Probabilité minimale : $(3,3 \times 10^{-6}) \times 0,1 = 3,3 \times 10^{-7}$

La probabilité minimale globale a + b pour un bovin est de :

$$(2,9 \times 10^{-7}) + (3,3 \times 10^{-7}) = 6,2 \times 10^{-7}$$

FIGURE 4

Arbre de probabilité correspondant à la probabilité minimale



La probabilité **maximale** pour qu'un bovin au moins soit infecté et non reconnu comme tel parmi 500 introduits est de :

$$1 - (1 - (6,2 \times 10^{-7}))^{500} \text{ à } 1 - (1 - (7,7 \times 10^{-6}))^{500} \text{ soit : } 3,1 \times 10^{-4} \text{ à } 3,8 \times 10^{-3}$$

et pour 800 bovins :

$$1 - (1 - (6,2 \times 10^{-7}))^{800} \text{ à } 1 - (1 - (7,7 \times 10^{-6}))^{800} \text{ soit } 4,9 \times 10^{-4} \text{ à } 6,2 \times 10^{-3}$$

Le même calcul pourrait être réalisé pour estimer les probabilités moyenne et minimale.

Dans la mesure où la probabilité maximale acceptée par les autorités sanitaires de la zone A serait de 1×10^{-3} , il ne serait pas possible de recevoir ce nombre de bovins à partir de la zone B.

En prenant en considération la probabilité maximale liée à l'introduction, la zone A pourrait recevoir au maximum :

$$\frac{10^{-3}}{7,7 \times 10^{-6}} = 130 \text{ bovins}$$

III - CONCLUSION

Le traitement de deux problèmes a permis d'illustrer la méthode déterministe d'estimation (et d'évaluation) du risque.

Le même type de démarche s'applique aussi bien à l'estimation du risque brut qu'à celle du risque réduit.

Bien sûr, ceci ne demeure qu'un « exercice d'école » dans la mesure où, contrairement à ce qui est appliqué dans le problème brucellose bovine, en pratique, il n'est pas aussi simple et aussi habituel de disposer d'une valeur précise du risque acceptable ! Mais l'objectif était de faire comprendre la démarche.

D'autre part, les limites de l'estimation déterministe lorsque les valeurs estimées ne sont pas ponctuelles, mais proposées sous la forme d'un intervalle possible de valeurs doivent être rappelées. Dans le problème brucellose bovine par exemple, en utilisant le taux de prévalence intra-cheptel minimale 0,05 pour l'estimation du taux de prévalence instantanée, on émet implicitement l'hypothèse que **tous** les cheptels infectés ont un taux de

prévalence intra-cheptel minimal ; en utilisant le taux de prévalence intra-cheptel maximal 0,5 pour l'estimation du taux de prévalence instantanée, on émet implicitement l'hypothèse que **tous** les cheptels infectés ont un taux de prévalence intra-cheptel maximal. Ces hypothèses ont naturellement tendance à augmenter la taille de la « fourchette » de probabilité estimée.

De plus, cette méthode mélange de la variabilité (taux de prévalence intra-cheptel) et de l'incertitude (sensibilité de la méthode).

Il reste donc à comparer les résultats avec ceux de la démarche probabiliste, plus élaborée, en vue d'une meilleure adaptation à la complexité des situations réelles (cf. p. 111-120).

Cette méthode demeure cependant très intéressante pour une estimation rapide et simple du risque, sous réserve que les estimations résultent d'hypothèses raisonnables et que les calculs probabilistes soient justes.

BIBLIOGRAPHIE

- B. Toma, B. Dufour, M. Sanaa, J.J. Bénét, A. Shaw, F. Moutou et A. Louza ~ Epidémiologie appliquée à la lutte collective contre les maladies animales transmissibles majeures, AEEMA éd., 2^{ème} édition, 2001, 696 p.

